

EXERCICE 1

1) a) Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Vérifier que $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} = \frac{2}{n(n+2)}$.

b) En déduire la valeur de la somme suivante :

$$S = \frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \frac{2}{7 \times 9} + \dots + \frac{2}{2011 \times 2013}$$

2) Calculer chacune des sommes suivantes :

$$A = \left(2 - \frac{1}{3}\right) \left(2 - \frac{2}{3}\right) \left(2 - \frac{3}{3}\right) \left(2 - \frac{4}{3}\right) \times \dots \times \left(2 - \frac{10}{3}\right)$$

$$B = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{10}\right)$$

EXERCICE 2

1) Soit $E = \sqrt{1053} - 3\sqrt{325} + 2\sqrt{52}$

Ecrire E sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a un entier et b un entier le plus petit possible.

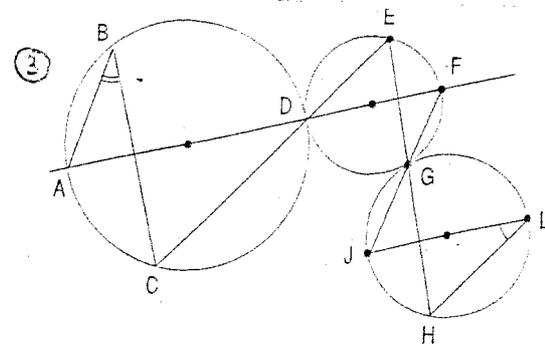
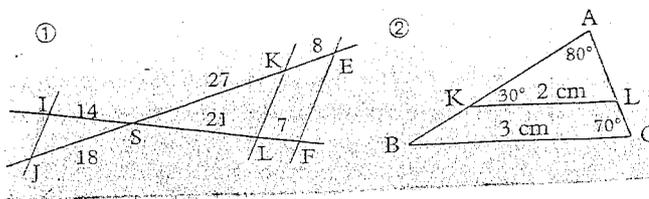
2) a) Calculer $(2+\sqrt{5})^2$. En déduire $\sqrt{9+4\sqrt{5}}$.

b) Mettre $9-4\sqrt{5}$ sous la forme $(a-b)^2$. En déduire $\sqrt{9-4\sqrt{5}}$.

c) Simplifier l'expression $(9-4\sqrt{5})\sqrt{9+4\sqrt{5}} + (9+4\sqrt{5})\sqrt{9-4\sqrt{5}}$.

EXERCICE 3

On donne les figures suivantes :



Dire si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse. Justifier les réponses.

1) Dans la figure 1, (IJ) // (EF).

2) Dans la figure 1, $(IJ) // (KL)$.

3) Dans la figure 2, $AL = \frac{2}{3} AC$.

4) Dans la figure 3, $\widehat{ABC} = \widehat{JLH}$.

EXERCICE 4

1) a) Construire un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 5\text{cm}$ et $BC = 10\text{cm}$.

b) Calculer AC puis $\sin \widehat{ACB}$. En déduire \widehat{ACB} .

2) Soit E le point de [BC] tel que $CE = 4\text{cm}$ et soit F son projeté orthogonal sur (AC).

Calculer EF et CF.

3) Soit M le milieu de [BC]. La droite (AM) coupe la droite (EF) en H.

Calculer EM puis MH et EH. Que déduit-on pour le triangle EMH ?

4) Soit L le projeté orthogonal de C sur la droite (AM). Montrer que les points C, F, H et L sont situés sur un même cercle C dont on précisera un diamètre. Construire C.